

Bài thi: Môn Toán

Mã đề thi: 101

Câu 1:

$$4^x + 2^{x+1} - 3 = t^2 + 2t - 3$$

Đáp án D.**Câu 2:**

$$F(x) = \int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

Đáp án B.**Câu 3:**

$$z = 3i \text{ thuần ảo}$$

Đáp án B.**Câu 4:**

$$y_{CD} = 3$$

Đáp án C.**Câu 5:**

$$y = x^4 - x^2 - 1$$

Đáp án B.**Câu 6:**

$$I = \log_{\sqrt{a}} a = 2$$

Đáp án D.

Câu 7:

$$z_1 + z_2 = 5 - 7i + 2 + 3i = 7 - 4i$$

Đáp án A.

Câu 8:

$$y' = 3x^2 + 3 = 3(x^2 + 1) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty, +\infty)$

Đáp án C.

Câu 9:

$$M(1, 1, 6) \in (P)$$

Đáp án D.

Câu 10:

$$\vec{k}(0, 0, 1) \perp (Oxy)$$

Đáp án B.

Câu 11:

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$$

Đáp án B.

Câu 12:

$$\text{Hàm số } y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{x + 1}{x + 4}$$

Vậy hàm số có một Tiệm cận đứng $x = -4$

Đáp án C.

Câu 13:

$$y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Đáp án A.

Câu 14:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi \left(2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right)$$

$$V = \pi(\pi + 1)$$

Đáp án C.

Câu 15:

$$P = 3\log_a b + 3\log_a b = 6\log_a b$$

Đáp án D.

Câu 16:

$$\text{Miền xác định } \left(\frac{x-3}{x+2} \right) > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$$

Đáp án D.

Câu 17:

$$\text{Có } \log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = t^2 - 5t + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 2 \\ x \geq 16 \end{cases}$$

Đáp án C.

Câu 18:

Ba mặt phẳng đối xứng; Mỗi mặt phẳng qua tâm hộp chữ nhật và song song 2 mặt phẳng hình hộp.

Đáp án B.

Câu 19:

$$(P): 3(x-3) - 2(y+1) + (z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 3x - 2y + z - 12 = 0$$

Đáp án C.

Câu 20:

$$A(2,3,0); \vec{u} = (1,3,-1)$$

Đáp án B.

Câu 21:

$$AO = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow SO^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}a}{\sqrt{2}} a^2 = \frac{\sqrt{14}}{6} a^3$$

Đáp án D.

Câu 22:

$$z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 1 - 2i^2 = 3$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình } z^2 - 2z + 3 = 0$$

Đáp án C.

Câu 23:

$$y' = 3x^2 - 14x + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{11}{3} \notin [0, 2] \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} y(0) = -2 \\ y(1) = 3 \\ y(2) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y_{\min} = -2 \text{ tại } x = 0 \Rightarrow m = -2$$

Đáp án C.

Câu 24:

$$y = (x-1)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x-1} \text{ xác định } \forall x \in \mathbb{R}$$

Đáp án C.

Câu 25:

$$I = \int_0^2 f(3x) dx \quad \text{Đặt } 3x = t \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$$

$$I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Đáp án D.

Câu 26:

$$\text{Đường chéo } d = \sqrt{3} \cdot 2a = 2R \Rightarrow R = \sqrt{3}a$$

Đáp án D.

Câu 27:

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 - 5 \sin x) dx = 3x + 5 \cos x + C$$

$$f(0) = 5 + C = 10 \Rightarrow C = 5 \Rightarrow f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$$

Đáp án A.

Câu 28:

$$y' < 0 \forall x \neq 1$$

Đáp án D.

Câu 29:

$$M(1, -2, 3) \Rightarrow I(1, 0, 0); IM = \sqrt{13} = R$$

$$\text{Cầu } (s): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$$

Đáp án A.

Câu 30:

$$z = 1 - 2i \Rightarrow iz = 2 + i \Rightarrow N(2, 1)$$

Đáp án B.

Câu 31:

$$SO^2 = h^2 = SA^2 - AO^2 = (a\sqrt{2})^2 - a^2 = a^2$$

$$r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{\pi}{6} a^3$$

Đáp án C.

Câu 32:

$$\int f'(x)e^{2x} dx \equiv \int e^{2x} df(x) = e^{2x} f(x) - \int f(x)d(e^{2x})$$

$$= e^{2x} f(x) - 2 \int f(x)e^{2x} dx$$

$$= F'(x) - 2F(x) = 2x - 2x^2 + C = -2x^2 + 2x + C$$

Đáp án D.

Câu 33:

$$y = \frac{x+m}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2} \Rightarrow \begin{cases} y_{\min} = y(2) \text{ khi } -m-1 > 0 \Leftrightarrow m < -1 \\ y_{\min} = y(4) \text{ khi } -m-1 < 0 \Leftrightarrow m > -1 \end{cases}$$

TH1: Khi $m < -1 \rightarrow y_{\min} = y(2) = \frac{2+m}{1} = 3 \Rightarrow m = 1$ (loại)

TH2: Khi $m > -1 \rightarrow y_{\min} = y(4) = \frac{4+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 5$ (thỏa mãn)

Vậy $m = 5 > 4$

Đáp án C.

Câu 34:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u}(3,2,1) \\ \vec{u}'(1,3,-2) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}_1 = [\vec{u} \times \vec{u}'] = (-7; 7; 7) // (-1, 1, 1)$$

Đáp án D.

Câu 35:

$$T(n) = T(0) \cdot (1,06)^n \Rightarrow \frac{T(n)}{T(0)} = (1,06)^n > \frac{100}{50} = 2$$

$$\Rightarrow n \geq \log_{1,06} 2 = 11,89 \Rightarrow n_{\min} = 12$$

Đáp án C.

Câu 36:

$$z + 1 + 3i - |z|i = a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3=\sqrt{b^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ 6b+9=1; b \geq -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = a + 3b = -1 - 4 = -5$$

Đáp án B.

Câu 37:

$$M(1+3t; -2+t; 2) \in (P): 2x + 2y - 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 6t - 4 + 2t - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t = 8 \Leftrightarrow t = 1$$

Vậy $M(4, -1, 2); \vec{n}_Q = \vec{u}_2 = (2, -1, 2)$

Phương trình (Q): $2(x-4) - (y+1) + 2(z-2) = 0$

(Q): $2x - y + 2z - 13 = 0$

Đáp án C.

Câu 38:

$$y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$$

\Rightarrow Có 7 giá trị $m \in \mathbb{Z}$ và $-9 \leq m \leq -3$

Đáp án A.

Câu 39:

Đặt $\log_3 x = t \Rightarrow t^2 - mt + 2m - 7 = 0$ (1)

$$\text{Vì } x = 3^t \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 81 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 4$$

Điều kiện phương trình (1) có 2 nghiệm

$$t_1 + t_2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4(2m - 7) \geq 0 \\ t_1 + t_2 = S = m = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 28 \geq 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$$

Đáp án B.

Câu 40:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Cực đại $(-1, 6)$ và Cực tiểu $(3, -26)$

$$\overline{AB} = (4, -32) // (1, -8)$$

$$\Rightarrow \text{phương trình } (AB): 8x + y + 2 = 0$$

Vậy $N(1, -10) \in AB$

Đáp án C.

Câu 41:

$$\text{Parabol: } V = a(t - 2)^2 + 9$$

$$V(0) = a(0 - 2)^2 + 9 = 4 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

$$\text{Phương trình của Parabol } V(t) = -\frac{5}{4}(t - 2)^2 + 9; 0 \leq t \leq 1$$

$$V(t) = V(1) = -\frac{5}{4} + 9 = \frac{31}{4}; 1 \leq t \leq 3$$

Lời giải: Vũ Đỗ Long - Nguyễn Thị Thu Hương- Nguyễn Đức Quang (TT Khảo Thí ĐHQGHN).

$$\text{Quãng đường } S = \int_0^3 V(t) dt = \int_0^1 V(t) dt + \int_1^3 V(t) dt$$

$$S = \int_0^1 \left[-\frac{5}{4}(t-2)^2 + 9 \right] dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt$$

$$S = -\frac{5}{12}(t-2)^3 \Big|_0^1 + 9t \Big|_0^1 + \frac{31}{4} \Big|_1^3$$

$$S = \frac{259}{12} = 21,58(\text{km})$$

Đáp án B.

Câu 42:

$$\text{Do } \frac{1}{P} = \log_x ab = \log_x a + \log_x b = \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}$$

$$\text{Nên } \frac{1}{P} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \Rightarrow P = \log_{ab} x = \frac{12}{7}$$

Đáp án D.

Câu 43:

$$\text{Do } BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = (\widehat{SC}, (SAB)) = 30^\circ \Rightarrow SC = 2BC = 2a$$

$$\text{Vậy } SA^2 = SC^2 - AC^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$$

Đáp án B.

Câu 44:

$$\text{Đường thẳng } ME \cap AD = Q$$

$$NE \cap CD = P$$

$$\frac{V(AMQP)}{V(AMDP)} = \frac{AQ}{AD} = \frac{2}{3}; \quad \frac{V(AMPD)}{V(AMCD)} = \frac{DP}{DC} = \frac{1}{3}; \quad \frac{V(AMCD)}{V(ABCD)} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } V(AMQP) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V(ABCD) = \frac{1}{9} V(ABCD) \quad (1)$$

$$\text{Xét } \frac{V(P.AMNC)}{V(P.ABC)} = \frac{S(AMNC)}{S(ABC)} = \frac{3}{4}; \quad \frac{V(PABC)}{V(DABC)} = \frac{CP}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V(PAMNC)}{V(ABCD)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } V = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{9} \right) V(ABCD) = \frac{11}{8} V(ABCD)$$

Đường cao tứ diện là AH

$$AH = \sqrt{\frac{2}{3}} a; \quad S(ABC) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow V(ABCD) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

$$\Rightarrow V = \frac{11}{8} \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 = \frac{11\sqrt{2}}{216} a^3$$

Đáp án B.

Câu 45:

$$(AB)_{\min} \Leftrightarrow MH \perp AB$$

Trong đó H là tâm đường tròn giao tuyến (S) và (P).

$$\text{Phương trình (OH): } \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \Rightarrow OH \cap (P) = H \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$$

$$\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right) // (1, 1, -2)$$

$$\overrightarrow{n_p} = (1, 1, 1)$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{u_{\square}} = [\overrightarrow{MH} \times \overrightarrow{n_p}] = (3, -3, 0) // (1, -1, 0) = (1, a, b)$$

$$\text{Vậy } a = -1; b = 0 \Rightarrow T = a - b = -1$$

Đáp án C.

Câu 46:

$$\text{Đặt } z = a + bi \Rightarrow \frac{z}{z-4} = \frac{a+bi}{(a-4)+bi} = \frac{(a+bi)[(a-4)-bi]}{(a-4)^2+b^2}$$

$$\text{Phần thực } a(a-4)+b^2 = 0 \Leftrightarrow a^2+b^2-4a=0 \quad (1)$$

$$\text{Theo giả thiết } |z-3i|^2 = a^2+(b-3)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2+b^2-6b=16 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow 4a-6b=16 \Leftrightarrow b = \frac{2a-8}{3}$$

$$\text{Thay vào (1) ta có } a^2-4a+\left(\frac{2a-8}{3}\right)^2=0$$

$$\Leftrightarrow 9a^2-36a+4a^2-32a+64=0$$

$$\Leftrightarrow 13a^2-68a+64=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \rightarrow b=0 \text{ (loại)} \\ a=\frac{16}{13} \rightarrow b=-\frac{24}{13} \end{cases}$$

$$\text{Vậy có 1 số } z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i \text{ thỏa mãn giả thiết.}$$

Đáp án C.

Câu 47:

$$\text{Điều kiện } \log_3 \left(\frac{1-xy}{x+2y} \right) = 3xy + x + 2y - 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = x+2y-3(1-xy)-1$$

$$\Leftrightarrow \log_3[3(1-xy)] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + x+2y \quad (1)$$

Do hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ đồng biến nên

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow 3(1-xy) = x+2y \Leftrightarrow 3-x = (3x+2)y$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3-x}{3x+2} \Rightarrow P = x+y = x + \frac{3-x}{3x+2} = \frac{3x^2+x+3}{3x+2}$$

$$\text{Có } P'(x) = \frac{9x^2+12x-7}{(3x+2)^2} \text{ với } 0 < x < 3$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2+\sqrt{11}}{3} \Rightarrow P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{3}$$

Đáp án D.

Câu 48:

$$\text{Phương trình } x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 = m(x-1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x - 1 - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điều kiện phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1+1+m > 0 \\ f(1) = -2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

Do phương trình (1) có nghiệm $x_1 + x_2 = x_A + x_C = 2 = 2x_B$ nên $AB = BC$

Lời giải: Vũ Đỗ Long - Nguyễn Thị Thu Hương- Nguyễn Đức Quang (TT Khảo Thí ĐHQGHN).

Đáp án D.

Câu 49:

Theo giả thiết $h(x) = 2f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) - 2x$

Đồ thị $y = f'(x)$ cắt đồ thị $y = x$ tại các điểm $x = -2; x = 2; x = 4$

Ta thấy $f'(x) > x \forall x \in (-2, 2)$; $f'(x) < x \forall x \in (2, 4)$

Vậy $f'(x) - x > 0 \forall x \in (-2, 2)$; $f'(x) - x < 0 \forall x \in (2, 4)$

$$\text{Do } h(2) - h(-2) = \int_{-2}^2 h'(x) dx = 2 \int_{-2}^2 [f'(x) - x] dx > 0$$

$$\text{và } h(4) - h(2) = 2 \int_2^4 [f'(x) - x] dx < 0$$

nên ta có $h(2) > h(-2)$ và $h(2) > h(4)$ (1)

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác thì } h(4) - h(-2) &= \int_{-2}^4 h'(x) dx \\ &= 2 \left[\int_{-2}^2 [f'(x) - x] dx + \int_2^4 [f'(x) - x] dx \right] = 2(S_1 - S_2) \end{aligned}$$

Trong đó S_1, S_2 là diện tích phân giới hạn đồ thị

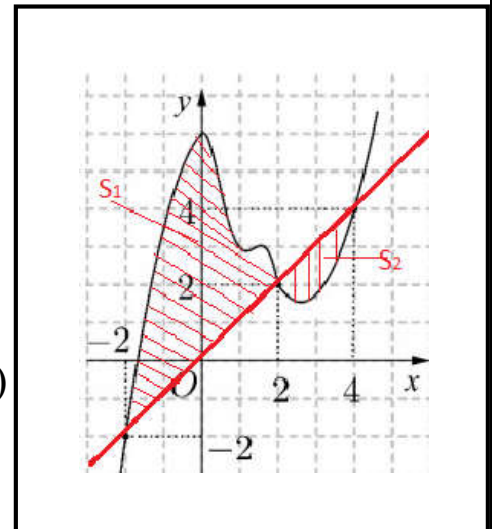
$y = f'(x)$ và $y = x$ trên $[-2, 2]$ và $[2, 4]$.

Dễ thấy $S_1 > S_2$ trên đồ thị

$$\text{Vậy } h(4) - h(-2) = 2(S_1 - S_2) > 0 \Rightarrow h(4) > h(-2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $h(2) > h(4) > h(-2)$

Đáp án C.



Câu 50:

Kẻ $OI \perp AB$

Do $AB = 2\sqrt{3}a \Rightarrow OI = a$

Gọi khoảng cách từ 0 đến (P) bằng h

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

Đáp án D.

Trung tâm Khảo thí ĐHQGHN